PART2 多面体

要点 ① 多面体

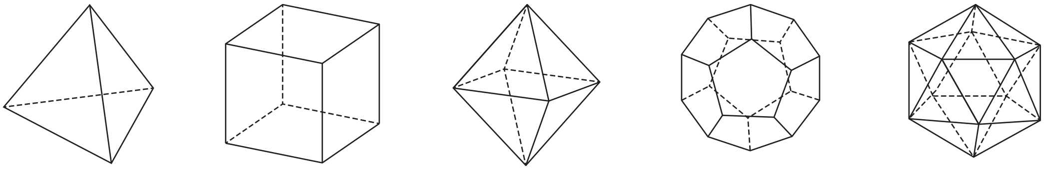
「多面体」… 平面だけで囲まれた立体。直方体，立方体，三角柱，四角錐など。

へこみのない多面体のうち，次の2つの条件を満たすものを「　　　　　　」という。

[1] どの面もすべて合同な正多角形である

[2] どの頂点にも同じ数の面が集まっている

正多面体は，次の5種類しかないことが知られている。



正四面体　　正六面体　　正八面体　　正十二面体　　正二十面体

へこみのない多面体について，次のことが成り立つことが知られている。

オイラーの多面体定理

多面体の頂点の数を v，辺の数を e，面の数を f とすると

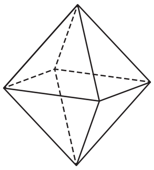
$$v-e+f=2$$

例　正八面体の

頂点の数は　$v=$

辺の数は　$e=$

面の数は　$f=$



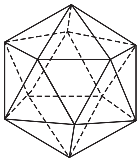
よって　$v-e+f=\quad-\quad+\quad=2$

[MEMO]

2　正六面体(立方体)の面の数は6である。また，1つの面の頂点の数は4である。
ここで，1つの頂点に集まる面の数は3であることから，正六面体の頂点の数は

$$\frac{4\times6}{3}=8$$

と求めることができる。



(1)　右図は正二十面体である。この図と，上の考え方を参考に，正二十面体の頂点の数を求めよ。

(2)　正二十面体について，オイラーの多面体定理

> 多面体の頂点の数を v，辺の数を e，面の数を f とすると
> $$v-e+f=2$$

を用いて，辺の数を求めよ。

Point Pickup

正多面体の頂点の数

正多面体は，以下の2つの条件を満たす。

[1]　どの面もすべて合同な正多角形である

[2]　どの頂点にも同じ数の面が集まっている

これを用いて，正多面体の頂点の数について

(1つの面の頂点の数)×(面の数)÷(1つの頂点に集まる面の数)

で求めることができる。

第 9 講　PART2 確認問題

正八面体について，次の問いに答えよ。

1　1 つの面の形は［ア］であり，どの頂点にも［イ］個の面が集まっている。

また，正多面体の頂点の数は，

$$(1\text{ つの面の頂点の数}) \times (\text{面の数}) \div \begin{pmatrix} 1\text{ つの頂点に} \\ \text{集まる面の数} \end{pmatrix}$$

で求めることができるので

頂点の数を v とすると，

$v =$［ウ］

［ア］は，次の①，②から選べ。

①　正三角形　　　②　正方形

2　正八面体の頂点の数を v，辺の数を e，面の数を f とするとき，v，e，f の間に $v-e+f=2$ の関係があることから，

$e =$［エオ］，$f =$［カ］

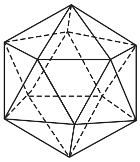
PART2 多面体

2 正六面体(立方体)の面の数は6である。また，1つの面の頂点の数は4である。

ここで，1つの頂点に集まる面の数は3であることから，正六面体の頂点の数は

$$\frac{4\times 6}{3}=8$$

と求めることができる。



(1) 右図は正二十面体である。この図と，上の考え方を参考に，正二十面体の頂点の数を求めよ。

(2) 正二十面体について，オイラーの多面体定理

多面体の頂点の数を v，辺の数を e，面の数を f とすると

$$v-e+f=2$$

を用いて，辺の数を求めよ。

[解答]

(1) 正二十面体の面の数は20である。また，1つの面の頂点の数は3である。

ここで，1つの頂点に集まる面の数は5であることから，正二十面体の頂点の数は

$$\frac{3\times 20}{5}=12$$

(2) 正二十面体の頂点の数を v，辺の数を e，面の数を f とすると，$v=12$，$f=20$

よって，オイラーの多面体定理より

$$v-e+f=2 \qquad 12-e+20=2$$

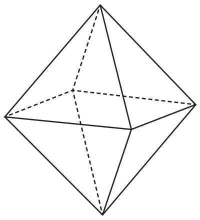
したがって，求める辺の数は　$e=30$

第 9 講　PART2 確認問題 解答

1

[正解] ア：①，イ：4，ウ：6

[解説]



1つの面の形は**正三角形**であり，どの頂点にも**4個**の面が集まっている。[A]

また，正多面体の頂点の数は，

(1つの面の頂点の数)×(面の数)÷(1つの頂点に集まる面の数)

より，

$$v=\frac{3\times 8}{4}=\mathbf{6}$$

[A]　正多面体は，以下の2つの条件を満たす。
① どの面もすべて合同な正多角形である。
② どの頂点にも同じ数の面が集まっている。

2

[正解] エオ：12，カ：8

[解説]

v，f はそれぞれ，

$v=6$ [B]

$f=8$

オイラーの多面体定理より，[C]

$v-e+f=2$

$6-e+8=2$

$e=\mathbf{12}$

[B]　正八面体の頂点の数は6

[C]　オイラーの多面体定理
多面体の頂点の数を v，辺の数を e，面を数を f とすると，
$v-e+f=2$